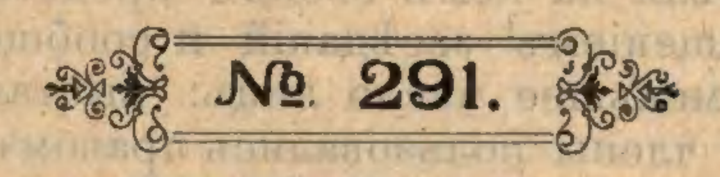
XXV Сем. № 3.

Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики.

15 Февраля  № 291. 1901 г.

567

Второй международный математическій конгрессъ. *)

Профессора Д. Синцова въ Екатеринославѣ.

Среди многочисленныхъ международныхъ съѣздовъ, организованныхъ во время Парижской выставки, состоялся 6—12 августа н. ст. и международный математическій конгрессъ. Отодвинутый на задній планъ многолюднымъ медицинскимъ и шумнымъ студенческимъ конгрессами, происходившими одновременно, съѣздъ математиковъ прошелъ скромно, совершенно незамѣченный общею прессою. Это не мѣшаетъ Парижскому съѣзду занять важное мѣсто въ исторіи международныхъ математическихъ съѣздовъ.

Если не считать попытки устроить международный съѣздъ въ Чикаго, также во время выставки 1893 г., первымъ опытомъ организаціи международныхъ съѣздовъ математиковъ былъ съѣздъ въ Цюрихѣ въ 1897 г. Первый опытъ оказался удаченъ, и второму съѣзду предстояло доказать, имѣетъ ли дѣло шансы упрочиться, возможны-ли на практикѣ періодическіе съѣзды математиковъ, по характеру своей науки, казалось бы, наиболѣе подготовленныхъ къ международной организаціи, но на практикѣ оказывающихся зачастую крайними націоналистами.

Эта задача можетъ считаться выполненной. Парижскій конгрессъ, несмотря на неблагопріятныя условія, показалъ, что международные математическіе съѣзды возможны, что они привлекаютъ достаточный контингентъ участниковъ. Послѣ него уже можно

*) Съ любезнаго разрѣшенія автора перепечатано изъ журнала „Физико-Математическія науки въ ходѣ ихъ развитія". Т. I. Вып. 5.

считать обезпеченнымъ третій съѣздъ, и самые его недостатки (а ихъ было не мало) послужатъ урокомъ для организаторовъ будущаго съѣзда.

Парижскій съѣздъ привлекъ около 250 участниковъ (записалось около 300 членовъ и членовъ-посѣтителей, но часть не явилась). Всѣ европейскія государства, Сѣверная и Южная Америка и Японія имѣли на немъ своихъ представителей *). Активное участіе—посѣщеніемъ засѣданій и сообщеніями—принимало, конечно, гораздо меньшее число лицъ: выставка, на которую въ теченіе конгресса члены пользовались правомъ безплатнаго входа, привлекала слишкомъ сильно.

Послѣ предварительнаго частнаго собранія вечеромъ 5-го августа, съѣздъ былъ открытъ оффиціально 6 августа торжественнымъ засѣданіемъ въ Palais des Congrès. Президентомъ избранъ предсѣдатель организаціоннаго комитета H. Poincaré (почетный президентъ Ch. Hermite отсутствовалъ) вице-президентами: Czuber (Австрія), Greenhill (Англія), Gordan и Lindemann (Германія), Geiser (Швейцарія), Volterra (Италія), Zeuthen (Данія), Тихомандрицкій (Россія), Lindeloef (Финляндія), Mittag-Leffler (Швеція), и Moore (Сѣв.-Амер. Соед. Штаты); секретарями: Bendixon, (Швеція), Capelli (Италія), Minkowski (Швейцарія), Пташицкій (Россія), и Whitehead (Англія); генеральнымъ секретаремъ—секретарь организаціоннаго комитета Duporcq.

На этомъ засѣданіи произнесены были двѣ рѣчи: одна—маститымъ историкомъ математики, профессоромъ Гейдельбергскаго Университета *M. Cantor'омъ:* „Sur l'Historiographie des mathématiques", въ которой ораторъ далъ живой очеркъ прежнихъ работъ по исторіи математики, начиная съ Montucla и Libri. Вторая рѣчь— также на французскомъ языкѣ — была произнесена туринскимъ профессоромъ *Volterra,* избравшимъ предметомъ ея очеркъ научной дѣятельности трехъ итальянскихъ аналистовъ Betti, Brioschi и Casorati и ихъ вліяніе на развитіе теоріи функцій.

Со слѣдующаго дня начались засѣданія по секціямъ. Ихъ было предположено шесть: 1) Ариѳметика и Алгебра (предсѣдатель Hilbert, секретарь Cartan), 2) Анализъ (предсѣдатель Painlevé, секретарь Hadamard), 3) Геометрія (предсѣдатель Darboux, секретарь Niewenglowski), 4) Механика съ математическою физикою и небесною механикою (предсѣдатель Larmor, секретарь Levi-Civita), 5) Исторія и Библіографія (предсѣдатель пр. R. Bonaparte, секретарь d'Ocagne) и 6) Преподаваніе и методы (предсѣдатель Cantor и секретарь Laisant). Впрочемъ, въ виду малаго количества сообщеній 5-ой секціи, она была соединена съ шестою, а 4-ая, также привлекшая мало сообщеній (благодаря совпаденію съ начавшимся физическимъ конгрессомъ), закончила очень скоро свои занятія. Тѣмъ

*) Мало очень было англичанъ, что, конечно, объясняется причинами общаго характера—африканской войной и симпатіями французовъ къ бурамъ.

не менѣе засѣданія секцій 1-ой и 2-ой совпадали между собою, и такъ какъ предварительнаго распредѣленія сообщеній по засѣданіямъ и по порядку не было, то приходилось жертвовать одной изъ двухъ. Въ интересахъ дѣла желательно было бы устранить такія совпаденія на будущее время или, по крайней мѣрѣ, выдѣлять сообщенія общаго характера на соединенныя засѣданія.

Остановлюсь на болѣе интересныхъ сообщеніяхъ. По исторіи математики, кромѣ вышеупомянутыхъ двухъ рѣчей Кантора и Вольтерра и рѣчи Mittag-Leffler'a (см. далѣе), сдѣлано было только одно сообщеніе проф. *Fujisawa* (Японія): „The mathematics of the old japanese school", въ которомъ почтенный японскій ученый, основываясь, какъ и въ своихъ предыдущихъ статьяхъ, на изученіи старыхъ японскихъ рукописей, доказывалъ, что цѣлый рядъ предложеній элементарной и высшей математики вплоть до бинома Ньютона и т. д. былъ извѣстенъ съ давнихъ поръ японскимъ математикамъ. Въ преніяхъ по поводу этого доклада M. Cantor и A. В. Васильевъ указывали, что эти математическія свѣдѣнія могли быть не результатомъ самостоятельныхъ изслѣдованій японскихъ ученыхъ, а были, вѣроятно, сообщены о. іезуитами и другими европейцами, совершавшими, подобно Марко Поло, путешествія на Дальній Востокъ.

На засѣданіи 5-ой секціи *C. A. Laisant* сообщилъ о ходѣ работъ по составленію и изданію библіографическаго реперторія по математикѣ. [1]) *Guimaraes* представилъ съѣзду составленную имъ согласно программѣ реперторія математическую библіографію Португаліи XIX вѣка. [2]) Въ томъ же засѣданіи *Léau* внесъ предложеніе, чтобы и математическій съѣздъ высказался, какъ нѣкоторые другіе, въ пользу введенія всеобщаго научнаго языка; какъ предлагалъ Léau, таковымъ языкомъ долженъ явиться Esperanto. Дебаты по этому предложенію, горячо поддержанному Laisant'омъ, были по предложенію предсѣдателя отложены до послѣдняго дня засѣданій секціи, когда въ преніяхъ приняли участіе Schröder, остроумно доказывавшій неудобство и нелогичность введенія новаго искусственнаго языка, Dickstein, M. Cantor и другіе. Peano указывалъ, что такой универсальный языкъ уже существуетъ въ символикѣ математической логики, принятой въ издаваемомъ имъ Formulaire de Mathématiques. Послѣ оживленныхъ преній секція отвергла предложеніе Léau и по предложенію A. В. Васильева высказалась лишь въ принципѣ за желательныя установленія границъ росту многоязычности, которому при развитіи національнаго самосознанія не предвидится конца. Въ средніе вѣка существовалъ одинъ научный языкъ—латинскій. Еще въ XVIII ст. французскій языкъ былъ общимъ языкомъ ученыхъ изданій. На Парижскомъ же конгрессѣ уже допущены доклады на четырехъ

[1]) См. статью *C. A. Laisant*—секретаря постоянной комиссіи по изданію реперторія—въ Bibliotheca Mathematica III сер. т. 1 с. 246—249. Sur l'etat d'avan cement du Répertoire bibliographique des sciences mathématiques (см. ниже).

[2]) Книга эта раздавалась участникамъ конгресса и дастъ не простой списокъ но и краткое указаніе содержанія работъ.

языкахъ—французскомъ, нѣмецкомъ, англійскомъ и итальянскомъ (итальянцы, впрочемъ, дѣлали свои доклады исключительно по-французски). Съ развитіемъ науки въ Южной Америкѣ и Россіи будутъ имѣть право претендовать на значеніе основныхъ языковъ испанскій и русскій, такъ что введеніе искусственнаго языка повело бы лишь къ необходимости сверхъ четырехъ—пяти живыхъ языковъ изучать еще этотъ искусственный. Гораздо болѣе пользы могутъ принести другія предпріятія, облегчающія знакомство съ литературою иноязычною, каковъ, напр., составленный Felix Müller'омъ и имъ поднесенный конгрессу французско-нѣмецкій математическій словарь.

По основаніямъ геометріи былъ сдѣланъ интересный докладъ молодымъ итальянскимъ ученымъ *Padoa*, послѣдователемъ Peano: „*Новая система опредѣленій для эвклидовой геометріи*", гдѣ онъ, продолжая работы Peano и Vivanti, приводитъ основныя опредѣленія, къ которымъ сводятся всѣ остальныя, къ двумъ: *точка* и *движеніе*. Тотъ же *Padoa* сдѣлалъ докладъ и по основаніямъ алгебры: „*Новая неприводимая система постулатовъ для алгебры*" (неприводимая опять-таки въ смыслѣ математической логики,—какъ наименьшее число постулатовъ, изъ которыхъ помощью логическихъ операцій можно вывести всѣ остальныя опредѣленія).

Capelli въ своемъ обстоятельномъ докладѣ: „*Объ основныхъ операціяхъ ариѳметики*" доказывалъ, что основною ариѳметическою операціею слѣдуетъ считать умноженіе, а не сложеніе, такъ что въ противоположность обычному порядку: *сложеніе, вычитаніе, умноженіе, дѣленіе* должно считать нормальнымъ такой: *умноженіе, сложеніе, вычитаніе, дѣленіе.* (См. также статью его въ Rendiconti della R. Accademia di Napoli fasc. 5⁰ и 7⁰ за 1900 г. Sull'ordine di precedenza fra le operazioni fondamentali dell'aritmetica).

Упомяну здѣсь же объ интересномъ докладѣ *Stephans* „Объ отдѣленіи корней алгебраическихъ уравненій", въ которомъ онъ сводитъ задачу опредѣленія числа вещественныхъ корней уравненія $f(x)=0$ на нахожденіе такого числа n, при которомъ въ произведеніи $(x+a)^n f(x)$ число перемѣнъ въ точности равно числу положительныхъ корней. Пріемъ этотъ, конечно, имѣетъ главнымъ образомъ теоретическое значеніе, ибо найти это число n не менѣе трудно, чѣмъ опредѣлить иными способами число вещественныхъ корней.

Не останавливаясь на болѣе спеціальныхъ докладахъ первой секціи*), перейду къ сообщенію *Hilbert*'а (VI секція), одному

---

*) *Autonne*, „О группахъ конечнаго порядка, заключенныхъ въ линейной кватернарной группѣ"; *Dickson*, „Извѣстныя системы простыхъ группъ и ихъ интеръ-изоморфизмъ", „Замѣтка по абстрактнымъ группамъ"; *Hanckok*, „Замѣтки относительно кронеккеровыхъ модулярныхъ системъ"; *Perrin*, „О свойствахъ одного коваріанта бинарной формы 5-го порядка и ихъ приложеніе къ рѣшенію уравненіи 5-ой степени"; *Koch*, „О распредѣленіи простыхъ чиселъ (свойство функціи $\zeta(s)$)"; *Rados* (изъ Будапешта), „Замѣтка о теоріи ортогональныхъ подстановокъ"; *Гавриловичъ* (изъ Бѣлграда), „О замѣчательномъ свойствѣ детерминатовъ".

изъ наиболѣе интересныхъ сообщеній съѣзда: „*О будущихъ задачахъ математики*“. Докладчикъ задался цѣлью пересмотрѣть тѣ задачи, которыя стоятъ въ настоящее время на очереди, и тѣмъ, съ одной стороны, показать, что математика способна къ дальнѣйшему развитію, съ другой—выставить тѣ задачи, разрѣшеніе которыхъ должно, по его мнѣнію, наиболѣе содѣйствовать прогрессу науки. Существованіе точныхъ, опредѣленныхъ задачъ важно и для прогресса математики и для работы каждаго изслѣдователя. Признаки проблемъ, наиболѣе способныхъ подвинуть впередъ науку, это, во-первыхъ, опредѣленность проблемы: смыслъ и значеніе ея должны быть легко схватываемы; она должна быть трудна, но не недоступна.

Первоначально математическія проблемы ставитъ опытъ. Въ дальнѣйшемъ развитіи науки новыя и плодотворныя проблемы создаетъ само уже наше мышленіе посредствомъ логическихъ разсужденій (комбинаціи, обобщенія, спеціализаціи). Вопросъ рѣшенъ, если, опираясь на конечное число гипотезъ, доставленныхъ самою задачею, мы можемъ доказать вѣрность рѣшенія конечнымъ числомъ силлогизмовъ. Математическая строгость не ведетъ къ сложности и запутанности доказательствъ. Самый строгій методъ рѣшенія часто самый простой и понятный. Не одни только понятія ариѳметики или анализа доступны строго точной обработкѣ, но и задачи геометріи и физики, если только ихъ опредѣлить столь же точно полною системою аксіомъ. Каждая система понятій приводитъ къ своимъ символамъ, и доказательство съ ихъ помощью будетъ вполнѣ строгимъ, какъ только мы установимъ точно аксіомы, на которыхъ они основаны. Если задача представляетъ большія трудности, то рѣшать ее можемъ или *обобщеніемъ*, связывая ее съ группою задачъ того же рода, или *спеціализаціей*, подвергая болѣе глубокому изслѣдованію аналогичныя проблемы, уже разрѣшенныя. Неудача попытокъ разрѣшить проблему проистекаетъ часто отъ невозможности разрѣшить вопросъ въ поставленной формѣ. Тогда нужно дать строгое *доказательство невозможности* вопроса. Но никогда математикъ не скажетъ „Ignorabimus“.

Докладчикъ привелъ рядъ задачъ изъ различныхъ отдѣловъ математики, ждущихъ своего рѣшенія *). Онѣ показываютъ возрастающее разнообразіе математики. Но въ этомъ нельзя видѣть признаковъ грядущаго распаденія математики на отдѣльныя вѣтви. Напротивъ, каждый существенный шагъ впередъ приводитъ необходимо къ открытію методовъ, болѣе могучихъ и простыхъ, дающихъ каждому геометру сравнительно легкій доступъ ко всѣмъ частямъ нашей науки.

Сообщеніе Hilbert'а вызвало рядъ замѣчаній со стороны присутствовавшихъ, указывавшихъ, что нѣкоторыя изъ перечисленныхъ Hilbert'омъ задачъ вполнѣ или отчасти разрѣшены ими.

---

*) Его докладъ напечатанъ полностью въ Göttinger Nachrichten. 1900.

Интересъ, вызванный сообщенiемъ, равно какъ и успѣхъ рѣчей въ общихъ собранiяхъ достаточно убѣдительно доказываютъ, что на подобнаго рода съѣздахъ наиболѣе умѣстны доклады общаго характера, стремящiеся подвести итоги сдѣланнаго, дать лишь общiя идеи, а не подробный пересказъ статей по спецiальному вопросу науки, по необходимости все же слишкомъ краткiй, чтобы быть понятнымъ большинству. И подобнаго рода сообщенiя могутъ, конечно, имѣть большой интересъ,—какъ исключенiя. Такъ, доклады *Mittag-Leffler'a* на секцiи анализа |объ аналитической функцiи и аналитическомъ выраженiи, а также объ одномъ распространенiи формулы Тейлора (существенную особенность которой авторъ видитъ не въ томъ, что она сходится въ кругѣ сходимости, а въ томъ, что она расходится внѣ его) вызвали Borel'я къ изложенiю вкратцѣ своихъ новѣйшихъ изслѣдованiй по вопросу о разложенiи функцiй по многочленамъ, тѣсно связанному съ вопросомъ, занимающимъ Mittag-Leffler'a Съ своими замѣчанiями, выясняющими новыя точки зрѣнiя на вопросы, выступили затѣмъ Painlevé и Hadamard. Такимъ образомъ слушатели вынесли въ общемъ нѣчто цѣлое.

Сообщенiе *Bendixon'a* „О кривыхъ опредѣленныхъ дифференцiальными уравненiями", въ которомъ онъ познакомилъ со своими изслѣдованiями, примыкающими къ извѣстной работѣ Poincaré объ алгебраическихъ интегралахъ дифференцiальныхъ уравненiй, вызвало замѣчанiе Levi-Cività, что остающiйся у Bendixon'a неразрѣшеннымъ вопросъ объ условiяхъ существованiя центра подвинутъ имъ въ работѣ, имѣющей появиться въ Comptes rendus. Hadamard обратилъ вниманiе на новыя особенности, къ которымъ приводитъ теорiя поверхностей (въ частности изслѣдованiе геодезическихъ кривыхъ) и которыя могутъ встрѣчаться и въ системахъ кривыхъ, опредѣленныхъ дифференцiальными уравненiями.

На секцiи же анализа первымъ было сдѣлано единственное русское сообщенiе *М. А. Тихомандрицкаго*, „Объ исчезновенiи функцiи *H* нѣсколькихъ перемѣнныхъ".

Функцiямъ θ былъ посвященъ и докладъ *Jahnke* (Charlottenburg), который далъ для функцiй отъ двухъ перемѣнныхъ обобщенiя формулъ à cinq lettres (ср. Briot et Bouquet, Théorie des fonctions elliptiques, p. 485).

Padé далъ обзоръ преимущественно собственныхъ работъ по теорiи непрерывныхъ дробей. Упомянемъ докладъ *Drach*, „Объ интегрированiи уравненiй въ частныхъ производныхъ второго порядка въ связи съ преобразованiями прикосновенiя", и докладъ *Cartan*, „Объ уравненiяхъ въ полныхъ дифференцiалахъ".

По секцiи геометрiи отмѣтимъ сообщенiя: *Lovett*, „О преобразованiяхъ прикосновенiя между основными элементами пространства"; *Stringham*, „Ортогональныя преобразованiя въ эллиптическомъ и гиперболическомъ пространствѣ".

По теорiи кривыхъ плоскихъ—*Jamet*, „Терема Salmon'a относительно кривыхъ 3-ей степени" и *Amodeo*, „Объ особенностяхъ *к*-гональныхъ кривыхъ".

Issaly, „О псевдо-поверхностяхъ вообще и объ одномъ частномъ примѣрѣ псевдо-поверхностей minima“, т. е. о системахъ кривыхъ, опредѣляемыхъ уравненіемъ въ полныхъ дифференціалахъ, не выполняющемъ условія интегрируемости.

На секціи механики были заявлены предварительно только четыре сообщенія: *Zenger*, „Движенія небесныхъ тѣлъ по законамъ электро-динамическимъ“; *Boccardi*, „О вычисленіи специальныхъ возмущеній малыхъ планетъ“; *Somigliana*, „О максвеллевой теоріи дѣйствія на разстояніи“ и *Fredholm*, „Обращеніе опредѣленныхъ интеграловъ и примѣненіе его къ вопросамъ математической физики“. Кромѣ того *Hadamard* сдѣлалъ сообщеніе, въ которомъ обратилъ вниманіе на то, что противоположность случая вещественныхъ и воображаемыхъ характеристикъ дифференціальныхъ уравненій преувеличена и между обоими случаями можно, напротивъ, провести аналогію; сообщеніе это явилось какъ бы предисловіемъ къ слѣдующему сообщенію *Volterra* о теоремѣ Poisson'а для гиперболическаго случая. *Stephanos* сдѣлалъ сообщеніе: „Sur les relations de la géométrie projective et de la mécanique“, о принципѣ двойственности въ механикѣ,—воззрѣнія, аналогичныя высказаннымъ Ф. Клейномъ въ его извѣстномъ мемуарѣ о линейчатой геометріи (Math. Ann. t. XII).

Въ субботу 11-го августа состоялось послѣднее общее собраніе съѣзда въ Amphithéatre Milne-Edwards въ Сорбоннѣ (засѣданія по секціямъ происходили также въ Сорбоннѣ въ двухъ смежныхъ Amphitéatre Cauchy и Am. Leverrier). На этомъ засѣданіи *Mitag-Leffler* прочелъ свое сообщеніе: „Страница изъ жизни Вейерштрасса“,—исторія послѣднихъ лѣтъ жизни Вейерштрасса по письмамъ его къ С. В. Ковалевской. Въ письмахъ своихъ покойный ученый высказывался весь, и они даютъ прекрасную характеристику его. Вторую рѣчь произнесъ неутомимый предсѣдатель съѣзда *Poincaré*, наканунѣ дѣлавшій докладъ на физическомъ конгрессѣ, а передъ открытіемъ математическаго конгресса принимавшій живое участіе въ философскомъ конгрессѣ. Рѣчь свою Poincaré посвятилъ вопросу *о роли интуиціи и логики въ математикѣ.* Приводя какъ крайніе примѣры Méray, для котораго не представляется очевиднымъ, что двучленное уравненіе имѣетъ *n* корней, и F. Klein'а, который придаетъ такое значеніе непосредственному воззрѣнію (примѣръ: примѣненіе гидродинамики къ доказательству теоремъ по теоріи абелевыхъ интеграловъ,—если Клейнъ и не считалъ это доказательствомъ, то нашелъ все же возможнымъ напечатать), ораторъ высказалъ, что ученому одинаково необходимо и непосредственное воззрѣніе и логика; оба являются необходимыми орудіями изслѣдованія: въ одномъ преобладаетъ одно, въ другомъ—другое, и отношеніе ихъ обусловливаетъ индивидуальность лица.

Вечеромъ членовъ конгресса принималъ у себя принцъ Р. Бонапартъ. Наканунѣ вмѣстѣ съ другими конгрессистами матема-

тики присутствовали на garden party въ Елисейскомъ дворцѣ. Въ Ecole Normale для нихъ былъ устроенъ lunch.

Въ воскресенье конгрессъ закончился банкетомъ въ Salle de l'Athénée Saint-Germain, прошедшимъ очень оживленно.

Слѣдующій конгрессъ предположено собрать въ 1904 году въ Баденъ-Баденѣ, и если обстоятельства не заставятъ Deutsche Mathematiker Vereinigung измѣнить мѣсто съѣзда, черезъ четыре года въ царствѣ рулетки будутъ читаться математическіе доклады.

Итакъ, казавшійся почти невозможнымъ съѣздъ въ Парижѣ при участіи нѣмецкихъ математиковъ состоялся. Минуты, проведенныя вмѣстѣ за общимъ мирнымъ дѣломъ, не пройдутъ безъ слѣда, и какъ другіе международные съѣзды, математическій съѣздъ внесъ свое въ дѣло устраненія вражды между народами. Нужно только пожелать, чтобы на слѣдующихъ съѣздахъ Россія приняла болѣе активное участіе.

Новое доказательство трансцендентности чиселъ π и e.

(Доказательство Ѳ. Валена).

Прив.-Доцента В. Кагана въ Одессѣ.

*(Окончаніе. *)*

Обращаясь теперь къ теоремѣ Линдемана, мы формулируемъ, прежде чѣмъ приступить къ ея доказательству, извѣстную теорему Высшей Алгебры, на которой оно цѣликомъ основано.

Всякая цѣлая раціональная симметрическая функція $\varphi(a, b, \ldots l)$ корней алгебраическаго уравненія

$$x^n + p_1 x^{n-1} + p_2 x^{n-2} + \ldots + p_n = 0$$

выражается раціональной же цѣлой функціей отъ коэффиціентовъ $p_1, p_2 \ldots p_n$.

$$\varphi(a, b \ldots l) = F(p_1, p_2 \ldots p_n).$$

Если функція φ имѣетъ исключительно цѣлые коэффиціенты, то и функція F имѣетъ исключительно цѣлые коэффиціенты. Поэтому, если коэффиціенты уравненія $p_1, p_2 \ldots \ldots p_n$ суть

---

*) См. № 290 „Вѣстника".

также цѣлыя числа, то значенiе рацiональной симметрической функцiи корней уравненiя, имѣющей исключительно цѣлые коэффицiенты, выражается цѣлымъ числомъ. Поэтому, если всѣ цѣлые коэффицiенты функцiи φ имѣютъ какого нибудь общаго множителя p, то и значенiе этой функцiи есть цѣлое число, кратное p. Въ самомъ дѣлѣ, въ этомъ случаѣ $\varphi = p . \psi$, гдѣ ψ есть также цѣлая симметрическая функцiя съ цѣлыми коэффицiентами отъ корней того же уравненiя, а потому ψ есть число цѣлое.

Далѣе, если уравненiе имѣетъ видъ:

$$f(x) = t_0 x^n + t_1 x^{n-1} + t_2 x^{n-2} + \ldots t_n = 0, \tag{37}$$

гдѣ $t_0\ t_1 \ldots t_n$ суть цѣлыя числа, то цѣлая функцiя съ цѣлыми коэффицiентами отъ корней этого уравненiя есть цѣлая функцiя съ цѣлыми же коэффицiентами отъ количествъ $\frac{t_1}{t_0}, \frac{t_2}{t_0} \cdots \frac{t_n}{t_0}$, ибо, раздѣляя уравненiе (37) на t_0, мы приведемъ его къ прежнему виду;

$$\varphi(a, b \ldots l) = F\left(\frac{t_1}{t_0}, \frac{t_2}{t_0} \cdots \frac{t_n}{t_0}\right).$$

Поэтому значенiе функцiи F есть дробь, знаменатель которой есть степень числа t_0. Въ Высшей Алгебрѣ безъ труда доказывается, что показатель степени, въ которой t_0 входитъ въ знаменатель этой дроби, не превышаетъ наивысшаго показателя, съ которымъ каждый изъ корней входитъ въ составъ функцiи φ. Поэтому, если k есть этотъ показатель, то $t_0^k \varphi$ имѣетъ цѣлое значенiе, и если всѣ коэффицiенты въ функцiи φ кратны нѣкотораго числа p, то и это значенiе кратно p.

Положимъ теперь, что намъ дано уравненiе $m^{\text{ой}}$ степени вида (37), корни котораго суть $a, b, c \ldots l$; эти корни могутъ быть дѣйствительные или мнимые, различные или не всѣ различные; мы только будемъ принимать, что они *отличны отъ нуля*. Отъ корней этого уравненiя мы составляемъ функцiю, отличающуюся отъ выраженiя (17) только множителемъ t_0^{np}. Пусть

$$N(f) = t_0^{np} \sum (-1)^{\alpha+\beta \ldots +\lambda} \binom{p}{\alpha}\binom{p}{\beta} \times \ldots$$

$$\times \binom{p}{\lambda} \frac{[(n+1)p - \alpha - \beta \ldots - \lambda - 1]!}{(p-1)!} a^\alpha b^\beta \ldots l^\lambda,$$

$$\alpha, \beta \ldots \lambda = 0, 1 \ldots p.$$

гдѣ p есть нечетное простое число. $N(f)$ есть цѣлая симметрическая функцiя съ цѣлыми коэффицiентами отъ корней уравненiя (37). Показатель наивысшей степени, въ которой каждый изъ корней входитъ въ функцiю $N(f)$, есть p. Такъ какъ при функцiи имѣется множитель t_0^{np}, то $N(f)$ есть цѣлое число. Выдѣлимъ изъ

функціи N(f) членъ, который соотвѣтствуетъ значеніямъ

$$\alpha = \beta = \ldots \lambda = p.$$

Этотъ членъ есть $(-1)^{np} t_0^{np} [abc \ldots l]^p$, а такъ какъ

$$(-1)^n abc \ldots l = \frac{t_n}{t_0},$$

то этотъ членъ имѣетъ значеніе $t_0^{(n-1)p} t_n^p$. Совокупность остальныхъ членовъ, въ свою очередь, есть цѣлая симметрическая функція отъ корней a, b $\ldots$ l съ цѣлыми коэффиціентами, которые всѣ, какъ мы видѣли выше, при анализѣ выраженія N, кратны p. Поэтому совокупность этихъ членовъ имѣетъ значеніе, которое выражается цѣлымъ числомъ, кратнымъ p. Итакъ,

$$\mathrm{N}(f) = t_0^{(n-1)p} t_n^p + p\mathrm{R}, \tag{38}$$

гдѣ R цѣлое число.

Составимъ теперь произведеніе N$(f) . e^a$. Такъ какъ рядъ, которымъ выражается e^a, сходится абсолютно, *) то произведеніе это можно составить точно такъ же, какъ мы составляли выше аналогичное произведеніе $(\mathrm{N}.e^a)$. (См. выраженіе (22)). Оно выразится слѣдующимъ рядомъ:

$$t_0^{np} \sum (-1)^{\beta+\gamma+\ldots\lambda} \binom{p}{\beta} \binom{p}{\gamma} \times \ldots$$

$$\times \binom{p}{\lambda} \left\{ \frac{q!}{h!} - \binom{p}{1} \frac{(q-1)!}{(h-1)!} \ldots \right\} \frac{a^h b^\beta \ldots l^\lambda}{(p-1)!}, \tag{39}$$

$$\beta, \gamma \ldots \lambda = 0, 1 \ldots p.$$
$$h = 0, 1, 2 \ldots \text{до } \infty,$$

гдѣ

$$q = (n+1)p - \beta - \gamma \ldots - \lambda - 1.$$

Какъ и выше, мы разобьемъ этотъ рядъ на три группы членовъ. Первая группа состоитъ изъ тѣхъ членовъ, измѣреніе которыхъ по отношенію къ корнямъ уравненія меньше np. Совокупность этихъ членовъ послѣ тѣхъ же преобразованій, которыя были сдѣланы надъ соотвѣтствующей группой выше, можетъ быть представлена въ видѣ:

$$\mathrm{G}(\bar{a}, b \ldots l) =$$

$$t_0^{np} \sum (-1)^{\beta+\gamma+\ldots+\lambda} \binom{p}{\alpha} \binom{p}{\beta} \times \ldots$$

$$\times \binom{p}{\lambda} \binom{np-\beta-\gamma\ldots-\lambda-1}{h} \frac{[(n+1)p-\lambda-\beta-\ldots-\lambda-1]!}{(p-1)!} a^h b^\beta \ldots l^\lambda.$$

$$\beta, \gamma \ldots \lambda = 0, 1 \ldots p$$
$$h + \beta + \gamma + \ldots + \lambda < np.$$

*) Т. е. независимо отъ порядка его членовъ.

Это есть цѣлая раціональная функція съ цѣлыми коэффиціентами отъ корней уравненія; какъ мы уже видѣли выше, всѣ коэффиціенты кратны p; но функція эта симметрична не относительно всѣхъ корней уравненія, а только относительно $b, c \ldots l$.

Вторую группу составляютъ тѣ члены суммы (39), измѣреніе которыхъ заключается между np и $(n+1)p$, включая нижній и исключая верхній предѣлъ. Совершенно такъ же, какъ это было доказано относительно соотвѣтствующей группы выше, мы обнаружимъ, что всѣ эти члены обращаются въ нуль.

Остается разсмотрѣть третью группу $R(\bar{a}, b \ldots l)$ членовъ, измѣреніе которыхъ равно или больше $(n+1)p$. Обозначая модуль этого количества черезъ P, а черезъ m наибольшій изъ модулей корней $a, b \ldots l$, мы можемъ утверждать, что

$$P \leqslant t_0^{np} \sum \binom{p}{\beta} \binom{p}{\gamma} \times \ldots .$$

$$\times \binom{p}{\lambda} \frac{(h+\beta+\ldots\lambda-(n+1)p+1)\ldots(\lambda+\beta+\ldots\lambda\ldots-np)}{h(h-1)\ldots(np-\beta-\gamma\ldots-\lambda)\,(p-1)!} m^{h+\beta\ldots\lambda}$$

$$\beta, \gamma \ldots \lambda = 0, 1 \ldots p$$
$$h+\beta+\gamma+\ldots\lambda \geqslant (n+1)p.$$

Число t_0 мы, конечно, можемъ считать положительнымъ. Это совпадаетъ съ неравенствомъ (32), и мы можемъ на прежнихъ основаніяхъ утверждать, что

$$P < \frac{k^p}{p!} e^m, \text{ гдѣ } k = t_0^n 2^{n-1} m^{n+1}.$$

По этому P становится меньше всякой данной величины, когда число p неопредѣленно возрастаетъ. Итакъ,

$$e^a N(f) = G(\bar{a}, b \ldots l) + R(\bar{a}, b \ldots l), \qquad (40)$$

гдѣ G есть цѣлая функція корней уравненія, симметричная относительно корней $b, c \ldots l$; всѣ коэффиціенты этой функціи кратны p. Количество же $R(\bar{a}, b \ldots l)$ становится по модулю меньше любого заданнаго числа, когда p неопредѣленно возрастаетъ.

Теперь намъ будетъ нетрудно доказать слѣдующее предложеніе Линдемана:

Теорема Если A и B суть цѣлыя числа, отличныя отъ нуля, и $a, b \ldots l$ составляютъ полную систему корней алгебраическаго уравненія вида (37) съ цѣлыми коэффиціентами и если всѣ эти корни отличны отъ нуля, то равенство

$$A + B(e^a + e^b + \ldots e^l) = 0$$

невозможно.

Въ самомъ дѣлѣ, умножимъ лѣвую часть этого равенства на $N(f)$. Мы получимъ на основаніи равенствъ (38) и (40)

$$\begin{aligned} N(f)\{A + B(e^a + e^b + \ldots e^l)\} &= A t_0^{(n-1)p} t_n^p + A p R + \\ B\{G(\bar{a}, b \ldots l) + G(a, \bar{b}, \ldots l) &+ \ldots G(a, b \ldots \bar{l})\} + \\ B\{R(\bar{a}, b \ldots l) + R(a, \bar{b}, \ldots l) &\ldots + R(a, b \ldots \bar{l})\}. \end{aligned} \qquad (41)$$

Функція $G(\bar{a}, b \ldots l)$ симметрична только относительно корней $b, c \ldots l$; точно также функція $G(a, \bar{b}, c \ldots, \ldots l)$ симметрична только относительно корней $a, c \ldots l$ и т. д. Но сумма

$$G(\bar{a}, b \ldots l) + G(a, \bar{b}, \ldots l) + \ldots + G(a, b \ldots, \bar{l}),$$

очевидно, симметрична относительно всѣхъ корней уравненія (37). Такъ какъ это есть цѣлая симметрическая функція степени $np-1$ корней уравненія (37) съ цѣлыми коэффиціентами, которыя всѣ кратны p и имѣютъ еще множитель t_0^{np}, то значеніе этой суммы есть цѣлое число pS, кратное p. Равенство (40) мы можемъ послѣ этого представить въ видѣ:

$$N(f)\{A+B(e^a+e^b+\ldots e^l)\}=At_0^{(n-1)p}t_n^p+p(AR+BS)+$$

$$B\{R(\bar{a}, b \ldots l)+R(a, \bar{b} \ldots l)+\ldots R(a, b \ldots \bar{l})\}.$$

Если мы выберемъ простое число p настолько большимъ, чтобы оно не входило въ составъ чиселъ A, t_0, t_n (которыя всѣ отличны отъ нуля) и чтобы модуль выраженія

$$B\{R(\bar{a}, b \ldots l) + R(a, \bar{b} \ldots l) + \ldots R(a, b \ldots \bar{l})\}$$

сталъ меньше единицы, то правая часть не можетъ быть равна нулю. Разсужденія, при помощи которыхъ это обнаруживается, совпадаютъ съ тѣми, посредствомъ которыхъ было доказано то же положеніе относительно равенства (36).

Теорема доказана. Тѣми же средствами можно было бы доказать значительно болѣе общее предложеніе, но намъ достаточно этого, чтобы обнаружить трансцендентность числа π. Для этого мы, однако, должны сдѣлать еще одно небольшое отступленіе въ область Алгебры.

Пусть $\varphi(a, b\ c \ldots l)$ будетъ нѣкоторая раціональная функція корней алгебраическаго уравненія n-ой степени. Сдѣлаемъ нѣкоторую перестановку корней $a, b \ldots l$, т. е. составимъ функцію $\varphi(a', b' \ldots l')$, гдѣ $a', b' \ldots l'$ суть тѣ же количества $a, b, \ldots l$, только въ другомъ порядкѣ; эту новую функцію принято называть вторымъ значеніемъ функціи φ; если мы сдѣлаемъ третью перестановку корней, то получимъ третье значеніе функціи φ и т. д. Такихъ перестановокъ можно сдѣлать $n!$, и слѣдовательно, функція φ можетъ имѣть $n!$ значеній. *)

Теорема. Если $\varphi_1, \varphi_2 \ldots \varphi_\nu$, гдѣ $\nu = n!$, суть всѣ значенія нѣкоторой цѣлой раціональной функціи съ цѣлыми коэффиціентами корней алгебраическаго уравненія

$$t_0x^n + t_1x^{n-1} + \ldots + t_n = 0, \qquad (41)$$

имѣющаго также цѣлые коэффиціенты, то можно составить урав-

---

*) Эти значенія могутъ быть не всѣ различны; такъ, переставляя въ функціи $a+b+2(c+\ldots+l)$ корни a и b, мы получимъ второе ея значеніе $b+a+2(c+\ldots l)$, не отличающееся отъ перваго.

ненiе, опять таки съ цѣлыми коэффицiентами, корнями котораго будутъ служить количества $\varphi_1, \varphi_2 \ldots \varphi_n$.

Въ самомъ дѣлѣ, составимъ сумму

$$\varphi_1 + \varphi_2 \ldots + \varphi_\nu .$$

Легко видѣть, что эта сумма представляетъ собой симметрическую функцiю корней уравненiя (42), ибо всякая перестановка этихъ корней можетъ только перемѣстить слагаемыя этой суммы. Такъ какъ эта симметрическая функцiя имѣетъ цѣлые коэффицiенты, то ея значенiе выражается рацiональной дробью, знаменатель которой есть нѣкоторая степень числа t_0.

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \ldots + \varphi_\nu = \frac{T_1}{t_0^{k_1}},$$

гдѣ T_1 есть цѣлое число.

Такимъ же образомъ обнаружимъ, что

$$\varphi_1\varphi_2 + \varphi_2\varphi_3 + \ldots \varphi_{\nu-1}\varphi_\nu = \frac{T_2}{t_0^{k_2}}$$

$$\varphi_1\varphi_2\varphi_3 + \varphi_1\varphi_2\varphi_4 + \ldots \varphi_{\nu-2}\varphi_{\nu-1}\varphi_\nu = \frac{T_3}{t_0^{k_3}}$$

. . . .

$$\varphi_1\varphi_2\varphi_3 \ldots \varphi_{\nu-1}\varphi_\nu = \frac{T_\nu}{t_0^{k_\nu}},$$

гдѣ $T_2, T_3 \ldots T_\nu$ суть цѣлыя числа.

Слѣдовательно, $\varphi_1, \varphi_2 \ldots \varphi_\nu$ суть корни уравненiя

$$T^\nu + \frac{T_1}{t_0^{k_1}} T^{\nu-1} + \frac{T_2}{t_0^{k_2}} T^{\nu-2} + \ldots \frac{T_\nu}{t_0^{k_\nu}} = 0.$$

Коэффицiенты этого уравненiя легко освободить отъ знаменателей.

Изъ доказанной теоремы легко вывести слѣдующее *слѣдствiе:*

Теорема. Равенство вида

$$1 + e^{\xi} = 0 \qquad (42)$$

невозможно, если ξ есть алгебраическое число.

Докажемъ это предложенiе отъ противнаго. Допустимъ, что равенство (42) имѣетъ мѣсто, при чемъ ξ есть корень алгебраическаго уравненiя съ цѣлыми коэффицiентами:

$$t_0 x^n + t_1 x^{n-1} + \ldots t_n = 0.$$

Пусть $\xi_1, \xi_2 \ldots \xi_{n-1}$ будутъ остальные корни того же уравненiя. Тогда произведенiе

$$(1 + e^{\xi})(1 + e^{\xi_1})(1 + e^{\xi_2}) \ldots (1 + e^{\xi_{n-1}})$$

также равно нулю. Это можно представить въ такомъ видѣ:

$$0 = 1 + \Sigma e^{\xi + \xi_1} + \Sigma e^{\xi + \xi_1 + \xi_2} + \ldots + \Sigma e^{\xi + \xi_1 + \cdots \xi_{\nu-2}} + e^{\xi + \xi_1 + \xi_2 + \cdots \xi_{n-1}}. \qquad (43)$$

Первая сумма распространяется на члены вида $e^{\xi+\xi_1}$, въ которыхъ показателями служатъ всевозможныя суммы количествъ $\xi, \xi_1 \ldots \xi_{\nu-1}$ по два, въ слѣдующей суммѣ показателями служатъ всевозможныя суммы тѣхъ же количествъ по три и т. д. Но дѣло въ томъ, что всевозможныя суммы корней алгебраическаго уравненія по два составляютъ полную систему значеній функціи $\varphi = \xi + \xi_1$ отъ корней этого уравненія; численныя значенія этихъ функцій представляютъ, слѣдовательно, собой корни нѣкотораго алгебраическаго уравненія съ цѣлыми коэффиціентами $f_1(T) = 0$; точно также сумма корней по три суть корни такого же уравненія $f_2(T) = 0$ и т. д. Наконецъ, показатель послѣдняго члена

$$\xi + \xi_1 + \xi_2 \ldots + \xi_{\nu-1} = -\frac{t_1}{t_0}$$

есть число раціональное. Мы можемъ его разсматривать какъ корень алгебраическаго уравненія

$$f_{\nu-1}(T) = t_0 T + t_1 = 0.$$

Равенство (43) можно, слѣдовательно, представить въ такомъ видѣ:

$$0 = 1 + \Sigma e^a + \Sigma e^b + \ldots + \Sigma e^m,$$

гдѣ первая сумма распространяется на всѣ корни a уравненія $f_1(T) = 0$, вторая на всѣ корни b уравненія $f_2(T) = 0$ и т. д. Можно это равенство написать и въ такомъ видѣ:

$$1 + \Sigma e^{\sigma} = 0, \qquad (44)$$

гдѣ суммованіе распространяется на всѣ корни σ уравненія

$$\Phi(T) = f_1(T) \cdot f_2(T) \ldots f_{\nu-1}(T) = 0.$$

Между значеніями корней σ можетъ оказаться нѣсколько равныхъ нулю; положимъ, что ихъ есть $A - 1$; тогда, съ одной стороны, соотвѣтствующіе $(A - 1)$ членовъ суммы въ равенствѣ (44) обращаются въ 1 и мы можемъ присоединить ихъ къ первой единицѣ. Съ другой стороны, въ этомъ случаѣ имѣемъ тождественно

$$\Phi(T) = T^{A-1}\Phi_1(T),$$

гдѣ $\Phi_1(T)$ цѣлый полиномъ съ цѣлыми коэффиціентами, не имѣющій нулевыхъ корней. Равенство (44) можно поэтому представить въ такомъ видѣ:

$$A + \Sigma e^{\sigma} = 0,$$

гдѣ суммованіе распространяется на всѣ корни σ уравненія $\Phi_1(t) = 0$, которые всѣ отличны отъ нуля. Но, согласно доказанной выше теоремѣ Линдемана, такое равенство невозможно. По-

этому сдѣланное нами предположенie, неправильно, и равенство (42) не можетъ имѣть мѣста, если ξ есть алгебраическое число.

Между тѣмъ извѣстно, что

$$1 + e^{\pi i} = 0. \; ^{*)}$$

Слѣдовательно πi есть число трансцендентное. Отсюда легко вывести, что и π число трансцендентное. Въ самомъ дѣлѣ, допустимъ, что π удовлетворяетъ алгебраическому уравненiю съ цѣлыми коэффицiентами $f(\mathrm{T}) = 0$. Положимъ $\pi i = \sigma$, такъ что $\pi = -\sigma i$. Такъ какъ $f(\pi) = 0$, то $f(-\sigma i) = 0$. Поэтому имѣемъ также:

$$f(-\sigma i)\, f(\sigma i) = 0.$$

Между тѣмъ, если перемножимъ полиномы $f(-xi)$ и $f(xi)$, разсматривая x, какъ перемѣнное, то получимъ полиномъ $\mathrm{F}(x)$ съ n дѣйствительными цѣлыми коэффицiентами. Поэтому, при сдѣланномъ предположенiи, число $\sigma = \pi i$ удовлетворяло бы уравненiю $\mathrm{F}(x) = 0$. Это противорѣчитъ доказанному предложенiю. Слѣдовательно π есть число трансцендентное.

---

*) Справедливость этого равенства доказывается слѣдующимъ образомъ:

$$e^{\sigma i} = 1 + \frac{(\sigma i)}{1} + \frac{(\sigma i)^2}{1.2} + \frac{(\sigma i)^3}{1.2.3} + \dots$$

$$= 1 - \frac{\sigma^2}{1.2} + \frac{\sigma^4}{1.2.3.4} - \dots$$

$$+ i \left\{ \frac{\sigma}{1} - \frac{\sigma^3}{1.2.3} + \dots \right\}$$

Если σ есть дѣйствительное число и выражаетъ нѣкоторую дугу въ линейной мѣрѣ, то

$$\cos\sigma = 1 - \frac{\sigma^2}{1.2} + \frac{\sigma^4}{1.2.3.4} + \dots$$

$$\sin\sigma = \frac{\sigma}{1} - \frac{\sigma^3}{1.2.3} + \frac{\sigma^5}{1.2.3.4.5} - \dots$$

Поэтому предыдущiй результатъ можно выразить такъ:

$$e^{\sigma i} = \cos\sigma + i\sin\sigma.$$

Полагая здѣсь $\sigma = \pi$, найдемъ

$$e^{\pi i} = -1.$$

Отъ Распорядительнаго Комитета XI Съѣзда Русскихъ Естествоиспытателей и Врачей въ С.-Петербургѣ

20—30 Декабря 1901 года.

На X съѣздѣ русскихъ естествоиспытателей и врачей, происходившемъ въ августѣ 1898 г. въ Кіевѣ, было постановлено испросить разрѣшеніе созвать слѣдующій XI съѣздъ въ августѣ 1901 г., въ Варшавѣ. Но устройство этого съѣзда въ Варшавѣ оказалось невозможнымъ, вслѣдствіе чего Варшавскій университетъ предложилъ С.-Петербургскому университету созвать XI съѣздъ въ С.-Петербургѣ. На основаніи этого предложенія, принятаго Физико-Математическимъ факультетомъ, Совѣтъ Императорскаго С.-Петербургскаго университета обратился съ просьбою къ г. Министру Народнаго Просвѣщенія о разрѣшеніи устроить съѣздъ въ С.-Петербургѣ. Г. Министръ изъявилъ свое согласіе на эту просьбу. Сначала было предположено назначить для XI съѣзда время отъ 28-го декабря 1901 года по 7-ое января 1902 г. Впослѣдствіи же въ виду того, что Правленіе Общества русскихъ врачей въ память Н. И. Пирогова обратилось съ просьбою измѣнить время созывы XI съѣзда и само измѣнило время созыва въ Москѣ VIII Пироговскаго съѣзда, назначивъ для этого съѣзда срокъ отъ 3-го по 10-ое января 1902 г. вмѣсто срока отъ 28-го декабря 1901 г. по 4 января 1902 г., было рѣшено устроить XI съѣздъ въ промежутокъ времени отъ 20-го по 30-ое декабря 1901 г.

На ходатайство объ этомъ послѣдовало 25 ноября 1900 г. согласіе г. Министра Народнаго Просвѣщенія. Г. Министръ разрѣшилъ устроить, на основаніи нижеприводимыхъ правилъ, въ С.-Петербургѣ, *съ 20-го по 30-ое декабря 1901 года,* XI съѣздъ русскихъ естествоиспытателей и врачей и утвердилъ предсѣдателемъ Распорядительнаго Комитета по устройству этого съѣзда заслуженнаго профессора Н. А. Меншуткина, товарищемъ предсѣдателя заслуженнаго профессора А. А. Иностранцева и дѣлопроизводителями: ординарныхъ профессоровъ И. И. Боргмана и В. Т. Шевякова.

Въ настоящее время въ составъ Распорядительнаго Комитета входятъ всѣ профессора Физико-Математическаго Факультета, а кромѣ того Директоръ Института Экспериментальной Медицины профессоръ С. М. Лукьяновъ, профессоръ Военно-Медицинской Академіи С. В. Шидловскій и профессоръ Юридическаго факультета И. И. Кауфманъ.

Распорядительнымъ Комитетомъ назначены завѣдующими секціями:

Математики и Механики .	проф.	Ю. В. Сохоцкій и Д. К. Бобылевъ,
Астрономіи и Геодезіи . .	„	С. П. Глазенапъ и А. М. Ждановъ,
Физики	„	Ѳ. Ѳ. Петрушевскій и И. И. Боргманъ,
Физической Географіи . .	„	А. И. Воейковъ,
Химіи	„	Н. А. Меншуткинъ и Д. П. Коноваловъ,
Геологіи и Минералогіи .	„	А. А. Иностранцевъ и Д. А. Земятченскій,
Ботаники	„	Х. Я. Гоби,
Зоологіи	„	В. М. Шимкевичъ и В. Т. Шевяковъ,
Анатоміи и Физіологіи . .	„	Н. Е. Введенскій и А. С. Догель,
Географіи	„	П. И. Броуновъ,
Подсекціи Статистики . .	„	И. И. Кауфманъ,
Агрономіи	„	А. В. Совѣтовъ,
Научной Медицины . .	„	С. М. Лукьяновъ,
Гигіены	„	С. В. Шидловскій,

Доводя о семъ до всеобщаго свѣдѣнія, Члены Распорядительнаго Комитета обращаются къ каждому изъ своихъ собратій по наукѣ съ покорнѣйшею просьбою почтить XI съѣздъ русскихъ естествоиспытателей и врачей своимъ личнымъ присутствіемъ или присылкою своихъ ученыхъ трудовъ.

Для предоставленія возможности наибольшему числу иногородныхъ лицъ принять участіе въ съѣздѣ Комитетъ 1) будетъ ходатайствовать передъ гг. Попечителями Учебныхъ Округовъ о возможномъ содѣйствіи лицамъ, пожелавшимъ участвовать въ съѣздѣ; 2) употребитъ стараніе, чтобы приготовить по возможности удешевленное помѣщеніе въ С.-Петербургѣ для членовъ съѣзда и 3) будетъ ходатайствовать предъ Департаментомъ Желѣзныхъ дорогъ о предоставленіи тарифныхъ льготъ по проѣзду членовъ съѣзда.

Такъ какъ комитету необходимо знать заранѣе, на какое примѣрно число членовъ съѣзда онъ можетъ разсчитывать, то онъ и обращается съ просьбою ко всѣмъ желающимъ принять участіе въ съѣздѣ извѣстить не позднѣе 20 сентября 1901 года о своемъ намѣреніи прибыть въ С.-Петербургъ, адресуя письма *въ Университетъ въ Распорядительный Комитетъ XI съѣзда,* а также сообщить свои точные адреса, чтобы дать возможность заблаговременно выслать билеты (билеты высылаются лишь по уплатѣ членскаго взноса въ 3 руб.) и необходимыя удостовѣренія на право пользованія льготными тарифами, если таковые будутъ разрѣшены. Кромѣ того желательно, чтобы будущіе члены XI съѣзда, присылая свои заявленія о желаніи участвовать въ съѣздѣ, вмѣстѣ съ тѣмъ обозначали и ту секцію, на которую они намѣрены записаться.

Распорядительный Комитетъ употребитъ все свое стараніе, чтобы доставить членамъ XI съѣзда возможность осмотрѣть наиболѣе примѣчательныя учрежденія въ С.-Петербургѣ.

Подробныя программы занятій XI съѣзда будутъ своевременно сообщены членамъ съѣзда.

Распорядительный Комитетъ имѣетъ честь заявить, что на предстоящемъ XI съѣздѣ, какъ и на всѣхъ предыдущихъ съѣздахъ, при обсужденіи научныхъ и учебныхъ вопросовъ въ засѣданіяхъ всѣ члены Съѣзда пользуются совершенно одинаковыми правами, но при баллотировкѣ въ общихъ собраніяхъ, право рѣшающаго голоса принадлежитъ только ученымъ, напечатавшимъ самостоятельное сочиненіе или изслѣдованіе по математикѣ, естествознанію или медицинѣ, а также преподавателямъ этихъ наукъ при высшихъ и среднихъ учебныхъ заведеніяхъ. (§ 3 правилъ о съѣздѣ).

На основаніи Высочайше утвержденнаго 15-го февраля 1897 г. положенія Комитета Министровъ утвержденныя г. Министромъ Народнаго Просвѣщенія Правила для XI съѣзда русскимъ естествоиспытателей и врачей въ С.-Петербургѣ.

1) XI съѣздъ русскихъ естествоиспытателей и врачей въ С.-Петербургѣ имѣетъ цѣлью споспѣшествовать ученой и учебной дѣятельности на поприщѣ естественныхъ наукъ, направлять эту дѣятельность главнымъ образомъ на ближайшее изслѣдованіе Россіи и доставлять русскимъ естествоиспытателямъ случай лично знакомиться между собою.

2) XI съѣздъ, состоя по примѣру предшествовавшихъ съѣздовъ подъ покровительствомъ г. Министра Народнаго Просвѣщенія, находится въ вѣдѣніи г. Попечителя С.-Петербургскаго Учебнаго Округа, отъ котораго зависятъ ближайшія распоряженія по устройству сего съѣзда.

3) Членомъ съѣзда можетъ быть всякій, кто научно занимается математикой, естествознаніемъ или медициной, но правами голоса на съѣздѣ пользуются только ученые, напечатавшіе самостоятельное сочиненіе или изслѣдованіе по этимъ наукамъ, и преподаватели сихъ наукъ при высшихъ и среднихъ учебныхъ заведеніяхъ. Никакого диплома на званіе члена XI съѣзда не выдается

4) Засѣданія съѣзда бываютъ общія и частныя (по секціямъ); въ общихъ засѣданіяхъ читаются общеинтересныя статьи и обсуждаются вопросы, касающіеся всего съѣзда, въ частныхъ засѣданіяхъ сообщаются и разбираются изслѣдованія и наблюденія, имѣющія болѣе спеціальное значеніе.

5) Отдѣленія на съѣздѣ полагаются слѣдующія: 1) по математикѣ (чи-

стой и прикладной) и механикѣ; 2) астрономіи, геодезіи и астрофизикѣ; 3) физикѣ; 4) физической географіи и метеорологіи; 5) химіи; 6) минералогіи и геологіи; 7) ботаникѣ; 8) зоологіи; 9) анатоміи и физіологіи человѣка и животныхъ; 10) географіи, этнографіи, и антропологіи; 11) агрономіи; 12) научной медицинѣ и 13) научной гигіенѣ.

6) Члены Академіи Наукъ (находящіеся внѣ столицы), преподаватели Университетовъ и другихъ учебныхъ заведеній, желающіе принять участіе въ съѣздѣ, могутъ получать для этой цѣли командировки, срокомъ отъ двухъ до четырехъ недѣль, смотря по разстоянію ихъ мѣстожительства отъ С.-Петербурга.

7) Съѣздъ имѣетъ быть съ 20-го по 30-ое декабря 1901 года.

Общій распорядокъ XI съѣзда предполагается такой: 20 декабря 1901 г. общее собраніе, 21, 22, 23 и 24 декабря засѣданія секцій, 26 общее собраніе, 27, 28 и 29 засѣданія секцій, 30-го декабря заключительное общее собраніе и закрытіе съѣзда.

Присужденіе преміи имени Н. И. Лобачевскаго.

Недавно состоялось второе присужденіе преміи имени *Н. И. Лобачевскаго*. Какъ извѣстно, эта премія (500 руб.) выдается Физико-Математическимъ обществомъ, состоящимъ при Императорскомъ Казанскомъ Университетѣ, разъ въ пять лѣтъ за лучшую оригинальную работу по геометріи, преимущественно относящуюся къ основаніямъ этой науки. Первая премія было присуждена покойному Софусу Ли. Вторую получилъ теперь профессоръ Академіи въ Мюнстерѣ W. Killing. Этотъ геометръ не мало потрудился на дѣло распространенія и развитія идей Лобачевскаго. Еще въ 1878 г. онъ опубликовалъ въ „Jurnal fur reine und angewandte Mathematik“ изслѣдованіе: „Ueber Zwei Raumformen mit konstanter positiver Krümmung“. Въ этой работѣ Killing указалъ геометрическую систему въ пространствѣ постоянной положительной кривизны, отличную отъ той, которую намѣтилъ Риманъ въ своемъ знаменитомъ мемуарѣ „О гипотезахъ, лежащихъ въ основаніи геометріи“. Эту систему онъ назвалъ полярной по отношеніи къ системѣ Римана. На нашъ взглядъ это — самое важное, что было сдѣлано Killing'омъ. Другія его работы относятся, главнымъ образомъ, къ теоріи трансформаціонныхъ группъ въ ихъ примѣненіи къ геометріи. Онъ примыкаетъ, слѣдовательно, по своему направленію къ школѣ С. Ли.

Изъ работъ Killing'а, посвященныхъ выясненію идей, выработанныхъ школой Лобачевскаго, выдающееся мѣсто занимаютъ два сочиненія: 1) „Die Nicht-Euclidishen Raumformen in analytischer Behandlung“ (Leipzig, 1885). Это сочиненіе содержитъ аналитическую обработку геометрическихъ системъ въ пространствѣ постоянной кривизны. Первая часть посвящена пространствамъ трехмѣрнымъ, а вторая содержитъ распространеніе этихъ идей на пространства *n* измѣреній. 2) „Einführung in die Grundla-

gen der geometrie". Это обширное сочиненіе въ двухъ томахъ закончено въ 1898 г. Оно содержитъ обстоятельное изложеніе ученія объ основаніяхъ геометріи въ его постепенномъ развитіи.

Впрочемъ нужно прибавить, что къ какой либо опредѣленной системѣ евклидовой геометріи Киллингъ не пришелъ.

Отзывъ о сочиненіяхъ Киллинга давалъ профессоръ Лейпцигскаго университета, ученикъ и ближайшій сотрудникъ С. Ли— F. Engel; за этотъ трудъ онъ награжденъ золотою медалью.

Наконецъ почетные отзывы получили еще Witehead за работу, озаглавленную „Universal Algebra" и Binder за работу: „О кривыхъ 3-ей и 4-ой степени". Отзывъ о статьѣ Binder'а давалъ профессоръ Московскаго Университета К. А. Андреевъ, за что также награжденъ золотой медалью.

Пр.-Доц. В. Каганъ.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

† **Oscar Schlömilch**. Въ Дрезденѣ скончался математикъ *Oscar Schlömilch*. Покойный родился въ Веймарѣ въ 1823 г., въ 1842 г. удостоился степени доктора, а въ 1844 г. вступилъ въ качествѣ приватъ-доцента, въ Іенскій университетъ. Въ 1849 г. *Schlömilch* былъ назначенъ ординарнымъ профессоромъ въ Дрезденскій политехникумъ, гдѣ и оставался до 1874 г. Отъ 1874 г. по 1885 г. онъ занималъ отвѣтственный постъ при Министерствѣ Народнаго Просвѣщенія. Кромѣ ряда оригинальныхъ работъ O. Schömilch написалъ нѣсколько прекрасныхъ учебниковъ, изъ которыхъ нѣкоторые, какъ напр.: „Analytische Geometrie" и „Compendium der höheren Analysis", занимаютъ весьма видное мѣсто въ литературѣ.

† **Z. T. Gramme** 20-го (7-го) января скончался въ Парижѣ, на 75-омъ году жизни, электрикъ *Z. T. Gramme*; его имя носитъ изобрѣтенное имъ въ 1870 г. (независимо отъ A. Pacinotti) кольцо.

Фондъ имени Бельтрами. Faculté des Sciences Римскаго университета, желая увѣковѣчить память одного изъ наиболѣе выдающихся своихъ дѣятелей Е. Бельтрами, открылъ подписку для образованія фонда его имени. Собранныя средства будутъ употреблены отчасти на изданіе полнаго собранія его сочиненій, отчасти на премію его имени. По предварительнымъ соображеніямъ это собраніе сочиненій будетъ заключать 3—4 тома, всего около 2000 стр. 4°.

Взносы принимаетъ J. Sonzogno, секретарь Высшей Инженерной Школы въ Римѣ (J. Sonzogno, Segretario della Scuola d'Applicazione per gli ingenneri, Piozza Sou Pietro in Vincoli, 5, Roma).

Лица, внесшія болѣе 50 франковъ, получатъ безплатно экземпляръ собранія сочиненій Бельтрами.

Новая теорія полярныхъ сіяній. Шведскій метеорологъ *Svante Arrhenius* опубликовалъ статью, въ которой излагаетъ новую теорію полярныхъ сіяній, основанную на согласіи спектра послѣднихъ со спектромъ катодныхъ лучей; его теорія есть слѣдствіе Максвелевой теоріи свѣта*).

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

Присужденіе премій Парижской Академіи Наукъ происходило въ концѣ прошлаго, 1900-го года на торжественномъ публичномъ засѣданіи, какъ это происходитъ ежегодно. Большую премію по математикѣ въ 3000 франковъ получилъ профессоръ *Mathias Lerch* (Фрейбургъ, въ Швейцаріи); премія Laland'а присуждена астроному *Giacobini* (Ницца) за его открытія кометъ; премію Damoiseau въ 1500 франковъ получилъ профессоръ *von Hepperger* (Грацъ) за изслѣдованіе орбиты кометы Biela; премію Janssen'а (золотую медаль) — американскій астрономъ *Barnard* за открытіе пятаго спутника Юпитера; премію Gegner въ 4000 франковъ—г-жа *Curie*.

Лондонское Рентгеновское Общество учредило *золотую медаль*, которая будетъ выдана за изготовленіе лучшей рентгеновской трубки. Въ соисканіе могутъ принимать участіе и иностранныя фирмы. Трубки должны быть высланы въ названое общество къ 1-му мая.

Въ Гейдельбергѣ организовался *комитетъ для постановки памятника Бунзену, Кирхгофу и Гельмгольцу.*

МАТЕМАТИЧЕСКІЯ МЕЛОЧИ.

Доказательство теоремы о пересѣченіи трехъ высотъ треугольника въ одной точкѣ посредствомъ теоріи вписанныхъ угловъ.

Имѣемъ треугольникъ ABC съ перпендикулярами BD и CE, опущенными изъ вершинъ B и C на противоположныя стороны и пересѣкающимися въ точкѣ H. Требуется доказать, что линія AH, пересѣкающаяся при продолженіи въ точкѣ F съ противолежащей углу A стороной BC, перпендикулярна къ этой послѣдней.

Вслѣдствіе равенства угловъ DBE и DCE, имѣющихъ взаимно перпендикулярныя стороны и опирающихся на одинъ и тотъ

*) Еще до полученія этого сообщенія отъ референта редакція приняла рѣшеніе напечатать переводъ статьи Arrhenius'а; но за накопленіемъ матеріала не знаемъ удастся ли намъ это сдѣлать до начала слѣдующаго семестра.
Ред.

же отрѣзокъ DE можно построить окружность, проходящую через точки B, C, D, E. Также можно построить окружность, проходящую черезъ точки A, D, E, H, такъ какъ прямые углы AEH и ADH опираются на одинъ и тотъ же отрѣзокъ AH. Тогда углы CBD и CED, вписанные въ окружность B, C, D E, и опирающіеся на одну и ту же хорду DC этой окружности, равны. Углы CAF и CED, вписанные въ окружность ADEH и опирающіеся на одну и ту же хорду DH этой окружности, также равны. Поэтому

$$\angle CAF = \angle CBD \qquad (1)$$

Но

$$\angle AHD = \angle BHF$$

Слѣдовательно

$$\angle ADH = \angle HFB.$$

Т. е. AH перпендикулярна къ сторонѣ BC, что и нужно было доказать.

Ив. Твердовскій (Харьковъ).

ЗАДАЧИ.

№ 16. Рѣшить систему уравненій:

$$(a+b-c-d)xy+(ab-cd)(x+y)+ab(c+d)-cd(a+b)=0,$$

$$(a+c-b-d)xz+(ac-bd)(x+z)+ac(b+d)-bd(a+c)=0,$$

$$(a+d-b-c)yz+(ad-bc)(y+z)+ad(b+c)-bc(a+d)=0.$$

Проф. *В. Ермаковъ* (Кіевъ).

№ 17. Показать, что уравненіе

$$a\sin^2x+2b\sin x\cos x+c\cos^2x+d_1\sin x+d_2\cos x+f=0$$

рѣшается въ квадратныхъ радикалахъ относительно $\sin x$, когда

$$b^2(d_1^2-d_2^2)=d^2(a-c),$$

гдѣ d есть одно изъ двухъ чиселъ d_1 или d_2.

С. Шатуновскій (Одесса).

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

№ 11 (4 сер.). На данной хордѣ данной окружности построить вписанную въ эту окружность трапецію, въ которой дано отношеніе боковой стороны къ діагонали.

Л. Магазаникъ (Бердичевъ).

№ 12 (4 сер.). 1) Построить треугольникъ по тремъ радіусамъ r_a, r_b и r_c внѣвписанныхъ круговъ. Требуется рѣшить задачу методомъ подобія (данныя задачи позволяютъ построить треугольникъ, подобный искомому).

2) Пользуясь методомъ рѣшенія вышеуказанной задачи, рѣшить тригонометрически треугольникъ по даннымъ r_a, r_b, r_c.

А. Мерликъ (Смоленскъ).

№ 13 (4 сер.). Доказать, что при n цѣломъ и положительномъ число

$$3^{2(n+1)} \,.\, 5^{2n} - 3^{3n+2} \,.\, 2^{2n}$$

дѣлится на 117.

(Заимств.).

№ 14 (4 сер.). Если многочленъ

$$x^4 + px^2 + qx + a^2$$

дѣлится на $x^2 - 1$, то онъ дѣлится и на $x^2 - a^2$.

(Заимств.).

№ 15 (4 сер.). Сферическій проводникъ радіуса въ 9 сантиметровъ заряженъ электричествомъ. Если соединить этотъ проводникъ съ другимъ отдаленнымъ шаромъ радіуса x, то отъ перваго шара будетъ отнята $\frac{1}{100}$ его заряда. Вычислить x.

(Заимств.) *М. Гербановскій.*

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 580 (3 сер.). *Доказать, что при всякомъ цѣломъ положительномъ n числа*

$$5^n + 2\,.\,3^n - 3, \quad 7^n + 3^n - 2$$

дѣлятся на 8, а число

$$7^n - 3\,.\,5^n + 3\,.\,3^n - 1$$

дѣлится на 16.

При n нечетномъ выраженіе $5^n + 2\,.\,3^n - 3$ можно представить въ видѣ

$$5^n + 3^n + 3\,[(3^2)^{\frac{n-1}{2}} - 1], \text{ гдѣ } \frac{n-1}{2} \text{ есть число цѣлое.}$$

Но $5^n + 3^n$ при n нечетномъ дѣлится на $5+3=8$, а $(3^2)^{\frac{n-1}{2}} - 1$ дѣлится на $3^2-1=8$. Слѣдовательно и предложенное выраженіе дѣлится на 8,

При n четномъ

$$5^n + 2\,.\,3^n - 3 = 5\,.\,5^{n-1} + 2\,.\,3\,.\,3^{n-1} - 3 = 5(5^{n-1} + 3^{n-1}) + 3[(3^2)^{\frac{n-2}{2}} - 1],$$

гдѣ $\frac{n-2}{2}$ число цѣлое. Такъ какъ при n четномъ $5^{n-1} + 3^{n-1}$ дѣлится на $5+3=8$, равно какъ и $(3^2)^{\frac{n-2}{2}} - 1$ дѣлится на $3^2-1=8$, то и данное выраженіе дѣлится на 8.

Выраженіе $7^n + 3^n - 2$ можно представить въ одномъ изъ двухъ видовъ:

$$7^n + 1 + 3[(3^2)^{\frac{n-1}{2}} - 1], \text{ или } 7(7^{n-1} + 1) + 3^2\,[(3^2)^{\frac{n-1}{2}} - 1].$$

При n нечетномъ цѣлыя числа $7^n + 1$ и $(3^2)^{\frac{n-1}{2}} - 1$, а при n четномъ цѣлыя числа $7^{n-1}+1$ и $(3^2)^{\frac{n-2}{2}} - 1$ дѣлятся на 8, а потому и выраженіе $7^n + 3^n - 2$ дѣлится на 8.

Выраженіе $7^n - 3 . 5^n + 3 . 3^n - 1$ можно представить въ одномъ изъ двухъ видовъ:

$$7[(7^2)^{\frac{n-1}{2}} - 1] - 9[(5^2)^{\frac{n-1}{2}} - (3^2)^{\frac{n-1}{2}}] - 6 - [(5^2)^{\frac{n-1}{2}} - 1] \text{ или } (7^2)^{\frac{n}{2}} - 1 - 3[(5^2)^{\frac{n}{2}} - (3^2)^{\frac{n}{2}}].$$

При n нечетномъ цѣлое число $(7^2)^{\frac{n-1}{2}} - 1$ дѣлится на $7^2 - 1 = 48$, а слѣдовательно и на 16; цѣлое число $(5^2)^{\frac{n-1}{2}} - (3^2)^{\frac{n-1}{2}}$ дѣлится на $5^2 - 3^2 = 16$, и цѣлое число $(5^2)^{\frac{n-1}{2}} - 1$ дѣлится на $5^2 - 1 = 24$, откуда слѣдуетъ, что число $6[(5^2)^{\frac{n-1}{2}} - 1]$ дѣлится на 16. Въ случаѣ n четнаго цѣлое число $(7^2)^{\frac{n}{2}} - 1$ дѣлится на $7^2 - 1 = 48$ и цѣлое число $(5^2)^{\frac{n}{2}} - (3^2)^{\frac{n}{2}}$ дѣлится на $5^2 - 3^2 = 16$.

П. Полушкинъ (Знаменка); *Л. Магазаникъ* (Бердичевъ).

№ 605 (3 сер.). *Рѣшить систему:*

$$lg_y x - lg_x y = \frac{8}{3},$$

$$xy = 16.$$

Полагая

$$\log_y x = u, \ \log_x y = v, \text{ т. е. } x = y^u, \ y = x^v$$

находимъ:

$$\log x = u \log y \ (1), \ \lg y = v \lg x,$$

откуда, въ связи съ первымъ изъ предложенныхъ уравненій, выводимъ:

$$uv = 1, \ u - v = \frac{8}{3}.$$

Эта система даетъ для u корни $u_1 = 3$, $u_2 = -\frac{1}{3}$.

Предполагая, что всѣ логариѳмы взяты при основаніи 2, прологариѳмируемъ второе изъ данныхъ уравненій; тогда получимъ:

$$\log x + \log y = 4 \qquad (2).$$

Подставляя значенія u въ уравненіе (1), найдемъ:

$$\log x = 3 \log y \ (3), \ \log x = -\frac{1}{3} \log y \ (4).$$

Рѣшая уравненія (2) и (3) совмѣстно, а затѣмъ уравненія (2) и (4) находимъ:

$$\log_2 x_1 = 3, \ \log_2 y_1 = 1; \ \log_2 x_2 = -2, \ \log_2 y_2 = 6,$$

откуда

$$x_1 = 8, \ y_1 = 2; \ x_2 = \frac{1}{4}, \ y_2 = 64.$$

П. Кунда (Гродно); *И. Давидсонъ* (Житоміръ).

№ 616 (3 сер.). *Доказать, что выраженіе*

$$5 \cdot 7^{2(n+1)} + 2^{3n}$$

при n цѣломъ и не меньшемъ нуля дѣлится на 41 безъ остатка.

Данное выраженіе можно представить въ видѣ

$$5 \cdot 7^{2(n+1)} - 5 \cdot 2^{3(n+1)} + 5 \cdot 2^{3(n+1)} + 2^{3n} = 5[(7^2)^{n+1} - (2^3)^{n+1}] + 2^{3n}(5 \cdot 2^3 + 1).$$

Выраженіе $(7^2)^{n+1} - (2^3)^{n+1}$ дѣлится при n не меньшемъ нуля на $7^2 - 2^3 = 41$, а выраженіе $2^{3n}(5 \cdot 2^{3n} + 1)$ кратно числа $5 \cdot 2^3 + 1$, тоже равнаго 41. Слѣдовательно и предложенное выраженіе дѣлится на 41.

П. Полушкинъ (Знаменка); *П. Давидсонъ* (Житоміръ).

№ 628 (3 сер.). *Рѣшить систему уравненій:*

$$x^2 - y^2 = z^2,$$

$$(x + y + z)(x - y + z)(y + z - x)(y + x - z) = 576,$$

$$y - z = 1.$$

Пусть y и z суть катеты нѣкотораго прямоугольнаго треугольника. Тогда x, какъ это видно изъ перваго изъ предложенныхъ уравненій, есть гипотенуза, а первая часть второго уравненія—помноженный на 16 квадратъ площади этого треугольника. Такимъ образомъ первую часть второго уравненія можно замѣнить выраженіемъ $4y^2z^2$, въ чемъ можно убѣдиться и непосредственно, раскрывъ скобки въ первой части второго уравненія и замѣняя x^2 его значеніемъ изъ перваго уравненія. Итакъ

$$4y^2z^2 = 576, \text{ откуда } yz = \pm 12.$$

Рѣшая систему $yz = 12$, $y - z = 1$, находимъ:

$$y_1 = 4,\ z_1 = 3;\ y_2 = -3,\ z_2 = 4,$$

откуда, на основаніи перваго уравненія, $x_{1,2} = \pm 5$.

Система же

$$yz = -12, \quad y - z = 1$$

въ связи съ первымъ изъ предложенныхъ уравненій даетъ мнимыя рѣшенія.

Л. Гальперинъ (Бердичевъ); *П. Полушкинъ* (Знаменка); *М. Милашевичъ* (Севастополь); *В. Толстовъ* (Тамбовъ); *Н. Циклинскій* (Могилевъ); *Б. Мерцаловъ* (Орелъ); *Л. Левитскій, К. Красюкъ, А. Русцовъ* (Курскъ); *И. Кудинъ* (Москва); *П Давидсонъ* (Житоміръ).

Редакторъ **В. А. Циммерманъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Дозволено цензурою, Одесса, 14-го февраля 1901 г.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, Ямская, д. № 64.